

SADA ÚLOH NA CVIČENIE 5

Definície:

Nech (X, Y) kde $X = (x_1, \dots, x_n)$ a $Y = (y_1, \dots, y_n)$ je inštancia PKP nad abecedou Σ . Definujeme nasledovné jazyky:

- $L_X = \{x_{i_1}x_{i_2}\dots x_{i_k}\#i_k\dots i_2i_1 \mid k \in \mathbb{N}^+; i_j \in \{1, \dots, n\} \text{ pre } 1 \leq j \leq k\}$
- $L_Y = \{y_{i_1}y_{i_2}\dots y_{i_k}\#i_k\dots i_2i_1 \mid k \in \mathbb{N}^+; i_j \in \{1, \dots, n\} \text{ pre } 1 \leq j \leq k\}$
- $L_{XY} = L_X \cdot \{\#\} \cdot L_Y^R$.
- $L_{sym} = \{w \in (\Sigma \cup \{\#, 1, 2, \dots, n\})^* \mid w = w^R\}$

1. Štandardnou konštrukciou z prednášky zostrojte inštanciu PKP, ktorá má riešenie práve vtedy, keď má riešenie nasledujúca inštancia MPKP.

bbb	ba	aa	b
b	baa	b	abb

2. Je daný deterministický Turingov stroj $A = (\{q_0, q_1, q_2, q_F\}, \{a, b\}, \{a, b, B'\}, \delta, q_0, \{q_F\})$, kde

$$\begin{aligned}
 \delta(q_0, B) &= (q_F, B', 0) \\
 \delta(q_0, a) &= (q_1, a, 1) \\
 \delta(q_1, a) &= (q_1, a, 1) \\
 \delta(q_1, b) &= (q_2, b, 0) \\
 \delta(q_1, B) &= (q_F, B', -1)
 \end{aligned}$$

Zostrojte prípad MPKP, ktorý má riešenie práve vtedy, ak A akceptuje slovo $abaa$. Použite vhodnú modifikáciu konštrukcie z prednášky, ktorá zostrojovala k danému DTS a danému vstupnému slovu inštanciu MPKP majúcu riešenie práve vtedy keď daný DTS na danom vstupe zastaví. *Poznámka:* Nezaoberajte sa tým, čo tento Turingov stroj počíta a či to je vôbec „zmysluplné.“ Cieľom úlohy je správne spraviť požadovanú konštrukciu inštancie MPKP.

3. Definujeme upravený PKP, ktorý funguje podobne ako PKP, ale zaujíma nás, či existuje riešenie, v ktorom je prvé domino použité aspoň raz (nie nutne na začiatku).

Nájdite algoritmus, ktorý inštanciu upraveného PKP (danú na vstupe) prerobí na ekvivalentnú inštanciu štandardného PKP. Ekvivalentnou inštanciou štandardného PKP sa rozumie taká inštancia štandardného PKP, ktorá má riešenie práve vtedy, keď má riešenie inštancia upraveného PKP zo vstupu.

Zdôvodnite správnosť vášho algoritmu.

4. Rozhodnite, či PKP je rozhodnuteľný nad unárnou abecedou. Vaše tvrdenie poriadne zdôvodnite.
5. Majme danú ľubovoľnú inštanciu PKP, k nej máme definované jazyky v zmysle poznámky pod nadpisom.
 - a) Dokážte, že jazyk $L_{XY} \cap L_{sym}$ je buď prázdny, alebo nekonečný.
 - b) Pomocou PDA dokážte, že jazyk L_X^C je bezkontextový.
6. Majme danú ľubovoľnú inštanciu PKP, k nej máme definované jazyky v zmysle poznámky pod nadpisom. Pomocou konštrukcie gramatík dokážte, že jazyky L_{XY}^C a L_{sym}^C sú bezkontextové.