

SADA ÚLOH NA CVIČENIE 2

Pokyny (pre všetky úlohy na FoJa II):

Očakáva sa, že všetky vaše tvrdenia a závery, ktoré neboli dokázané na prednáške poriadne dokážete. Miera formalizma sa očakáva zhruba taká, ako ku koncu semestra FoJa I a ako budete vidieť na prednáške. Ťažko napísať presné pravidlá čo je ešte poriadny dôkaz a čo je už odfláknuté, ale dobré pravidlo palca na ruke (doslovný preklad z rule of thumb) je, že technické indukcie pri konštrukciách netreba robiť a zvyšok treba robiť.

1. K jazyku $L = \{awa \mid w \in \{a, b\}^*; \#_a(w) \equiv 1 \pmod{2}\} \cup \{b^{2k} \mid k > 1\}$ nad $\Sigma = \{a, b\}$ vieme podľa Myhill-Nerodeovej vety zostrojiť reláciu ekvivalencie R_L na slovách z $\{a, b\}^*$ ktorá je konečného indexu. Nájdite jej jednotlivé triedy ekvivalencie.
2. Pomocou Myhill-Nerodeovej vety dokážte, že jazyk $L = \{a^i b^j \mid i \geq j\}$ nie je regulárny.
3. Zostrojte minimálny DKA pre jazyk $L = \{bba^{k+1}bu \mid k \in \mathbb{N}; u \in \{a, b\}^*; \#_a(u) \bmod 2 = k \bmod 3\}$. Slovné zdôvodnite, že vami zostrojený DKA je správny. Formálne dokážte, že je minimálny.
4. Nech $L = \{a^n c a^n \mid n > 0\}$. Zostrojte a-prekladač M taký, že $M(L) = \{a^n b^{2n+3} \mid n > 1\}$.
5. Nech $L = \{cacwc^{4k} \mid k \in \mathbb{N}; w \in \{a, b\}^*; \#_a(w) = \#_b(w)\}$. Zostrojte a-prekladač M taký, že $M(L) = \{a^n b^{2k+3} \mid n, k \in \mathbb{N}\}$.
6. Zostrojte a-prekladač M taký, že pre ľubovoľný jazyk L nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$ bude platiť $M(L) = \text{Suffix}(L)$, kde $\text{Suffix}(L) = \{w \mid \exists u, uw \in L\}$.
7. Pomocou a-prekladačov dokážte, že nasledovné jazyky nie sú bezkontextové:

- (i) $L_1 = \{w \in \{a, b, c, d\}^* \mid \#_b(w) = \#_c(w) = \#_d(w)\}$
- (ii) $L_2 = \{c^{2n} b^n (dc)^{24n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

Môžete predpokladať, že $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\} \notin \mathcal{L}_{CF}$. O žiadnom inom jazyku nemôžete predpokladať, že nie je bezkontextový.

8. Máme dané

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$$
$$L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \equiv \#_b(w) \pmod{2}\}$$

Zostrojte a-prekladač M_1 taký, že $M_1(L_1) = L_2$ alebo dokážte, že sa to nedá.
Zostrojte a-prekladač M_2 taký, že $M_2(L_2) = L_1$ alebo dokážte, že sa to nedá.